

文章编号:1000-8055(2013)02-0445-07

功率四分支齿轮传动系统的固有特性与动载系数

李楠, 王三民, 杜佳佳

(西北工业大学 机电学院, 西安 710072)

摘 要: 建立了功率四分支齿轮传动系统动力学模型, 基于轴单元法建立了单根转子的振动方程, 依据齿轮啮合矩阵实现各转子振动方程的耦合, 形成了传动系统的动力学方程, 依据动力学方程求解了系统的固有频率和固有振型, 得出了在给定转速下系统需进行越界阻尼设计以确保稳定工作的结论; 然后分析了不同传动误差下齿轮动载系数变化情况. 结果表明: 传动误差对功率四分支齿轮传动系统的动载系数有比较明显的影响, 随着传动误差的增加系统动载系数也增大, 特别在高速级齿轮上表现更加显著. 该分析方法和结论为四分支齿轮传动系统的动态优化设计奠定了基础.

关 键 词: 功率四分支; 轴单元法; 啮合误差; 固有特性; 动载系数

中图分类号: V233.1; TH113

文献标志码: A

Natural characteristics and dynamic load coefficient of power four embranchments gear transmission

LI Nan, WANG San-min, DU Jia-jia

(School of Mechanical Engineering,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: Dynamic model of power four embranchments gear transmission system has been provided, and vibration equation of a single axis has also been established based on axis-element method. With the gear meshing matrix, coupling between equations of every axis can be achieved, which helped to establish dynamic equation of the whole power transmission system. Solving that equation, natural frequency and natural vibration of system were obtained, and the conclusion that the system needs damping design to make sure it work stably at the normal working speed has been conferred. Meanwhile, difference between dynamic load coefficients of different transmission errors has been analyzed, and results show that transmission error has an obvious effect on dynamic load coefficient of the power four embranchments gear transmission system. With the increase of the transmission error, the dynamic load coefficient is also increasing, especially in high speed stage gears the performance even more significant. The research methods and conclusions lay foundation for dynamic optimization design of power four embranchments gear transmission system.

Key words: power four embranchments; axis-element method; meshing error; natural characteristics; dynamic load coefficient

功率四分支齿轮传动又称双重功率分支齿轮传动, 其特点是 2 级减速齿轮传动装置中, 第 1 级

收稿日期: 2012-02-29

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20130131.0829.201302.445_028.html

基金项目: 国家自然科学基金(51075329)

作者简介: 李楠(1987-), 女, 陕西渭南人, 硕士生, 主要从事齿轮动力学研究.

传动为二分支,第 2 级每个齿轮再采用二分支,实现双重功率传动,传递的功率经过 2 次分支之后,4 路功率合并到 2 级大齿轮输出。这种功率分流设计思想降低了齿轮的负载,能够缩小末级大齿轮的尺寸,进一步提高传动装置的功率密度比,因而可实现大功率、大扭矩、大速比传动,故在船舶、直升机、轧钢机等领域的传动系统中有广泛用途^[1-2]。

齿轮传动系统的动力学特性包括固有特性以及齿轮啮合动载荷在时域和频域的特性。工作频率与固有频率接近时会产生系统共振,过大的动载荷则会导致齿轮轮齿过早产生疲劳断裂等失效形式,降低齿轮传动系统的寿命和可靠性。因此对齿轮传动系统的固有频率和动载系数进行分析,能够为齿轮传动系统的优化设计和振动控制提供理论依据,确保系统工作时的稳定性和可靠性。

本文以某船用功率四分支齿轮传动系统为研究对象,采用集中参数法建立其动力学模型^[3],通过动力学模型建立了系统的齿轮耦合多转子动力学方程,获得了系统在给定功率和转速下的固有频率及相应的固有振型;然后分析了在 3 种给定传动误差下齿轮啮合动载系数变化的情况,得出功率四分支齿轮传动系统在给定工况下可以稳定工作的结论。

1 系统动力学模型与方程的建立

1.1 系统动力学模型的建立

在进行转子动力学分析之前,需要建立系统的动力学模型,即把实际的系统装置抽象为一个能反映原来系统动力学特性且便于计算机编程分析的动力学模型。功率四分支齿轮传动系统的结构示意图如图 1^[4]所示。发动机功率通过 1.1 级

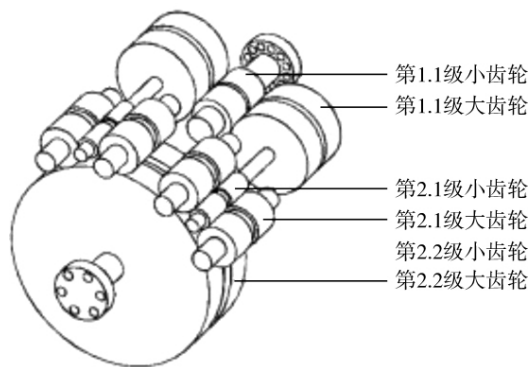


图 1 功率四分支齿轮传动系统示意图

Fig. 1 Sketch map of the power four embranchments gear transmission system

小齿轮输入,1.1 级小齿轮与 2 个 1.1 级大齿轮啮合实现一次功率分流。每个 1.1 级大齿轮与 1 个 2.1 级小齿轮分别固定在 2 根空心轴上,2 根空心轴通过 2 个膜片联轴器与穿过其内孔的扭力轴连成一个整体。每个 2.1 级小齿轮又与 2 个 2.1 级大齿轮(即 2.2 级小齿轮)啮合,实现了功率的双重分流,最后共 4 个 2.1 级大齿轮与 1 个 2.2 级大齿轮啮合,将所有分流的功率进行汇合。根据每根转子上的零件分布情况,利用集总质量法的思想,将分布参数模型转化为集中质量模型^[5-6],如图 2 所示。

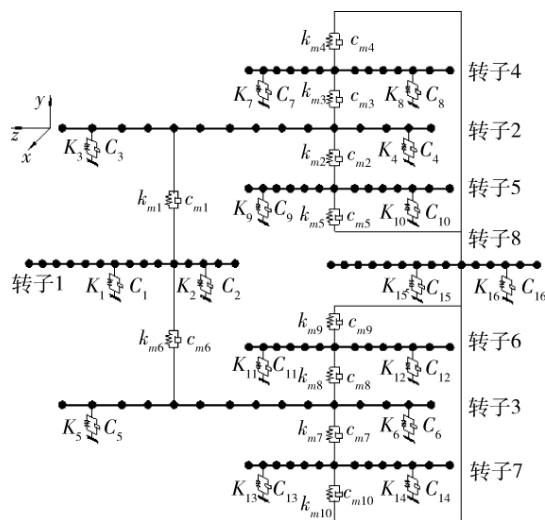


图 2 功率四分支齿轮传动系统动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of the power four embranchments gear transmission system

1.2 系统动力学方程的建立

该功率四分支齿轮传动系统虽然为平行轴传动,但多次分流使每一级齿轮都有至少 1 个啮合点,耦合情况比较复杂。此处运用轴单元法^[7-8],即将每一根转子视为 1 个单元,在局部坐标系中采用集总质量法建立该转子的振动方程,然后在系统总体坐标系中,通过齿轮耦合矩阵将各单元的振动方程联立,得到整个系统的动力学方程。

根据 Timoshenko 梁轴有限元单元法,综合考虑轴的弯扭耦合情况,设轴段中每个节点 i 有 5 个自由度:质心沿 x 轴的位移 x_i ,沿 y 轴的位移 y_i ,绕 x 轴的偏角 φ_i ,绕 y 轴的偏角 ψ_i ,绕 z 轴的转角 θ_i 。取轴上某一轴段 i 在 x 方向的受力情况为例,如图 3 所示, M_i, M_{i+1} 分别为节点 i 和节点 $i+1$ 所受的弯矩, Q_i, Q_{i+1} 为其所受的剪力,在根据力的平衡关系,可以建立单个节点的动力学方程。

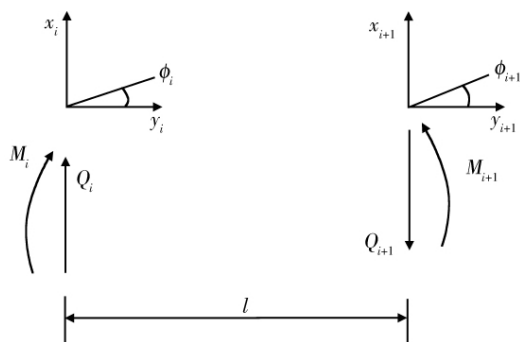


图3 轴段受力分析图

Fig. 3 Force diagram of shaft element

因为轴的转动惯量和剪切变形对其动力学行为有着相同阶的影响,所以在考虑转动惯量的同时也应该考虑剪切变形的影响^[9-11],轴段相应的传递方程由常见的式(1)变为式(2).

$$\begin{bmatrix} x \\ \phi \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1}^R = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2/12EI & L^3/6EI \\ 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ \phi \\ M \\ Q \end{bmatrix}_{i+1}^R = \begin{bmatrix} 1 & L & L^2/2EI & L^3/6EI - \frac{1}{uAG} \\ 0 & 1 & L/EI & L^2/2EI \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} x \\ \phi \\ M \\ Q \end{bmatrix}_i^R \quad (2)$$

可以看出传递矩阵中沿 x 方向的挠度多了 $-1/uAG$ 项. 其中 u 为截面系数, A 为该轴段对应的横截面面积, G 为材料的切变模量. 轴段在 y 方向的受力分析和 x 轴上的一样, 联立转子中的所有节点在 x, y, z 方向的动力学方程, 合并整理出单根转子的动力学方程:

$$M_n \ddot{X}_n + C_n \dot{X}_n + K_n X_n + F_{m,n} = F_n \quad (3)$$

式中 $X_n = (x_1, \phi_1, y_1, \psi_1, \theta_1, \dots, x_i, \phi_i, y_i, \psi_i, \theta_i)$ 为第 n 根转子所有节点的位移矢量, i 为第 n 根转子的节点总数; M_n 为第 n 根转子所有节点的质量矩阵; C_n 为第 n 根转子的阻尼矩阵; K_n 为第 n 根转子的刚度矩阵; $F_{m,n}$ 为第 n 根转子所有节点受到的耦合力, 如果该转子上没有齿轮, 则齿轮耦合合力 $F_{m,n}$ 等于 0; F_n 为第 n 根转子所有节点受到的广义外力.

联立写系统中 8 根转子的动力学方程, 合并同类量, 得到功率四分支齿轮传动系统的动力学方程为^[12-13]

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (4)$$

式中 X 为功率四分支齿轮传动系统的位移量, 为 $5n \times 1$ 矩阵; M 为功率四分支齿轮传动系统的质量矩阵, 为 $5n$ 阶对角矩阵; C 为功率四分支齿轮传动系统的阻尼矩阵, 为 $5n$ 阶方阵; K 为功率四分支齿轮传动系统的刚度矩阵, 为 $5n$ 阶方阵; F 为功率四分支齿轮传动系统受到的广义外力, 为 $5n \times 1$ 矩阵. n 为功率四分支齿轮传动系统中所有节点的总数.

1.3 系统动力学方程的处理

在推导出整个系统的动力学方程之后, 需要对方程求解计算. 根据式(3)所建立的动力学方程知, 方程中涉及的参数有轴的各项刚度、相应的阻尼系数、各集中质量节点的等效质量和等效转动惯量以及齿轮副之间的啮合力.

各节点的等效质量和等效转动惯量都易于求出, 相应的阻尼矩阵也可以通过刚度和阻尼的关系求出^[14], 其中的难点是求解齿轮副之间的啮合力.

将齿轮视作质量集中的刚体圆盘, 齿轮副之间的啮合可以视作 2 个刚体圆盘通过沿啮合线方向的线性弹簧和线性阻尼器连接^[13]. 这里以直齿圆柱齿轮为分析对象, 功率四分支齿轮传动系统的齿轮啮合情况如图 4, 每级小齿轮同时与两个同级大齿轮啮合实现功率的分流.

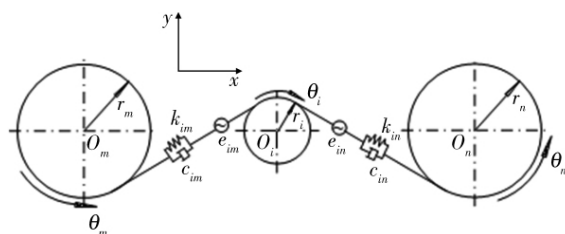


图4 圆柱齿轮传动力学模型

Fig. 4 Dynamic model of cylindrical gears transmission

通过分析齿轮的啮合几何关系, 将齿轮在不同方向的位移向啮合线方向分解, 可以得到相互啮合的 2 个齿轮之间沿啮合线方向的相对位移关系:

$$\begin{aligned} \lambda_{im} &= (x_i - x_m) \cos \alpha - \\ & (y_i - y_m) \sin \alpha + (r_i \theta_i + r_m \theta_m) - e_{im} \\ \lambda_{in} &= (x_i - x_n) \cos \alpha - \\ & (y_i - y_n) \sin \alpha + (r_i \theta_i + r_n \theta_n) - e_{in} \end{aligned} \quad (5)$$

其中 i, m, n , 分别为齿轮在各自轴单元上的节点编号, α 为分度圆压力角, r_i, r_m, r_n 为各自的基圆半径.

沿啮合线方向的相对位移与综合啮合刚度的乘积加上沿啮合线方向的相对运动速度与综合啮

合阻尼的乘积就是齿轮副的啮合力:

$$F_m = k_{ij}\lambda_{ij} + c_{ij}\dot{\lambda}_{ij} \quad (j = m \text{ 或 } n) \quad (6)$$

k_{ij}, c_{ij} 分别为齿轮副啮合综合刚度和综合阻尼.

将式(4)代入式(5)写成矩阵形式为

$$F_{m,m} = K_{mi}X_i + C_{mi}\dot{X}_i + K_{mm}X_m + C_{mm}\dot{X}_m$$

$$F_{m,n} = K_{ni}X_i + C_{ni}\dot{X}_i + K_{nn}X_n + C_{nn}\dot{X}_n$$

$$F_{m,i} = F_{m,m} + F_{m,n}$$

(7)

$F_{m,i}, F_{m,m}, F_{m,n}$ 分别为齿轮 i 、齿轮 m 和齿轮 n 所受的啮合力. 将求出的刚度、阻尼、各节点等效质量和等效转动惯量及齿轮副之间的啮合力带入式(4)中, 可得到最终求解的动力学方程. 由于方程中各个量均是国际单位, 不同物理量之间数值大小差别很大, 可能造成矩阵病态, 使的计算机求解出现问题, 甚至无法求解, 所以还应对其进行无量纲化处理来解决这一问题.

2 固有特性分析

2.1 系统主要参数

某船用功率四分支齿轮传动系统的基本参数如表 1.

表 1 功率四分支齿轮传动系统基本参数

Table 1 System basic parameters of power four embranchments gear transmission

参数	数值
输入功率 P/kW	25 000
转速 $n/(\text{r/min})$	7 000
总传动比 i_{tot}	35
1 级传动比 i_1	3.435
2 级传动比 i_2	1.500
1 级小齿轮齿数 Z_1	44
1 级大齿轮齿数 Z_2	153
2 级小齿轮齿数 Z_3	36
惰轮齿数 Z_4	53
2 级大齿轮齿数 Z_5	377
1 级齿轮模数 m_1	7
2 级齿轮模数 m_2	9
压力角 $\alpha/(\text{°})$	20
1 级齿宽 b_1/mm	431
2 级齿宽 b_2/mm	450

2.2 系统的固有频率

通过解式(7)可以得到系统的前 8 阶固有频率如表 2 所示, 可以看出系统的工作转速介于第 4 阶和第 5 阶固有频率之间, 此区间有很大的安全空间, 所以当工作转速为 7 000 r/min 时, 系统可以平稳工作.

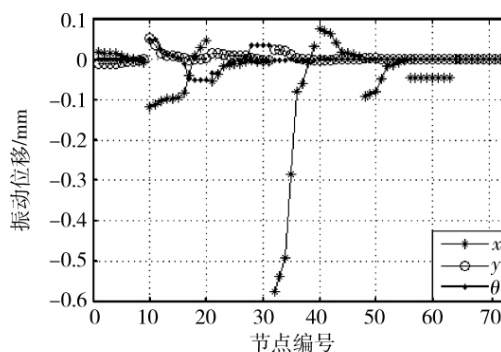
表 2 系统固有频率

Table 2 Natural frequency of system

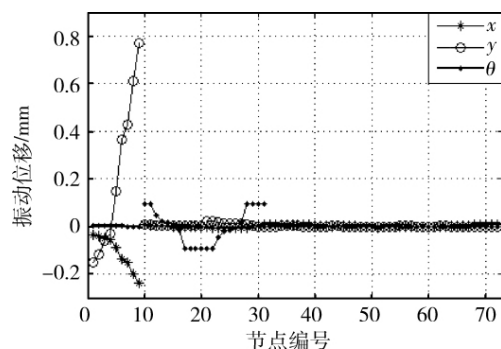
阶数	固有频率/(r/min)
第 1 阶	130.06
第 2 阶	249.22
第 3 阶	4 089.66
第 4 阶	4 383.42
第 5 阶	29 266.46
第 6 阶	30 305.42
第 7 阶	35 198.23
第 8 阶	38 798.03

2.3 系统的固有振型

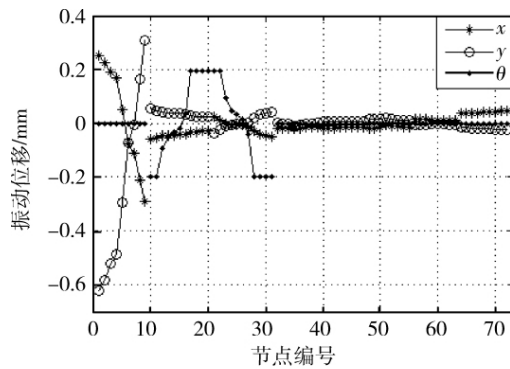
表 2 对应固有频率下各转子的固有振型如图 5 和图 6 所示. 从图中可以看出: 系统低速级转子的振型基本没有变化, 但高速级转子上的振型跃动相当激烈, 且表现在各方向, 说明功率四分支齿



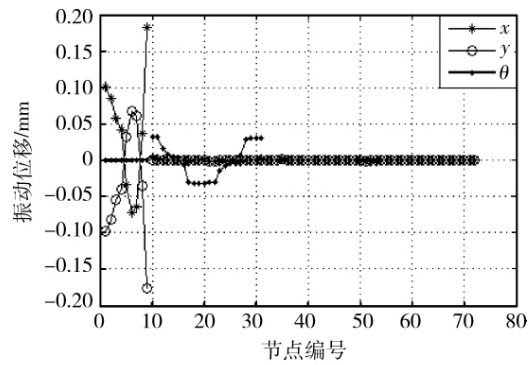
(a) 第1阶固有频率 130.06 r/min



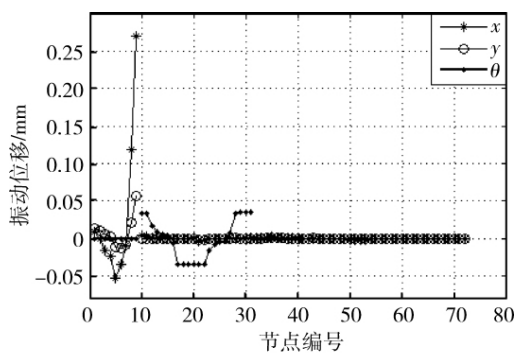
(b) 第2阶固有频率 249.22 r/min



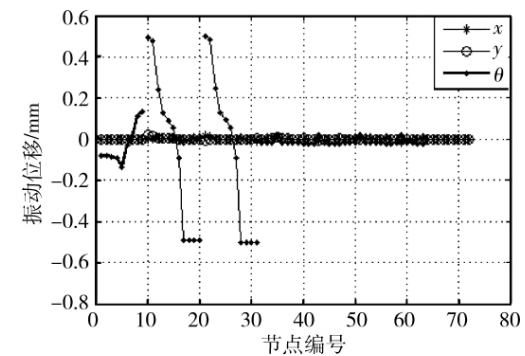
(c) 第3阶固有频率 4089.66 r/min



(c) 第7阶固有频率 35198.23 r/min



(d) 第4阶固有频率 4383.42 r/min



(d) 第8阶固有频率 38798.03 r/min

图5 系统第1~第4阶固有振型

Fig. 5 First to fourth natural vibration of system

图6 系统第5~第8阶固有振型

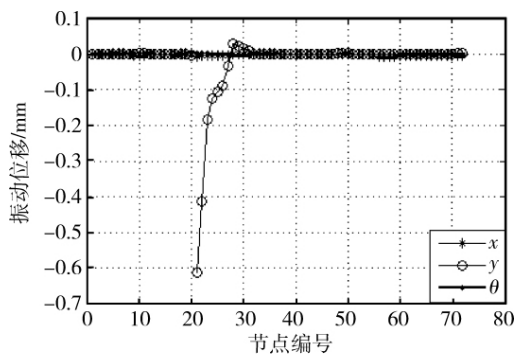
Fig. 6 Fifth to eighth natural vibration of system

轮传动系统中高速级转子的振动是系统振动主要因素。

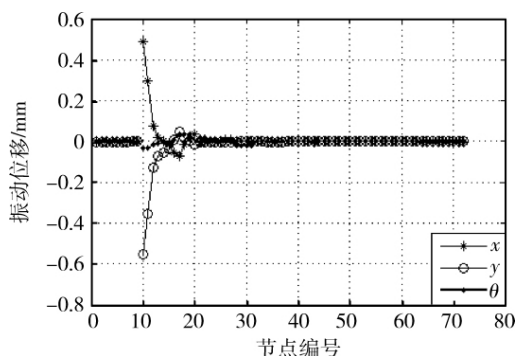
3 动载系数分析

假设功率四分支齿轮传动系统各齿轮均载, 基于图2所示动力学模型的对称性, 可以近似认为各对称齿轮啮合时的动力学情况相同, 因此仅分析转子1和转子2, 转子2和转子4, 转子4和转子8上齿轮啮合时的动载系数。本文讨论输入转速为7000 r/min, 误差分别为 $e=5\ \mu\text{m}$, $e=10\ \mu\text{m}$, $e=20\ \mu\text{m}$ 时各齿轮啮合的动载系数 K_v 变化情况^[15]。

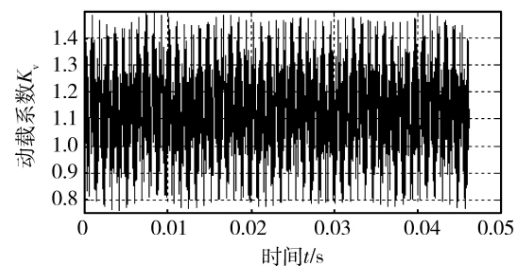
图7、图8、图9为 $e=5\ \mu\text{m}$ 时相应转子上齿



(a) 第5阶固有频率 29266.46 r/min



(b) 第6阶固有频率 30305.42 r/min

图7 $e=5\ \mu\text{m}$ 时转子1与转子2上齿轮啮合动载系数Fig. 7 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 1 and rotor 2 at $e=5\ \mu\text{m}$

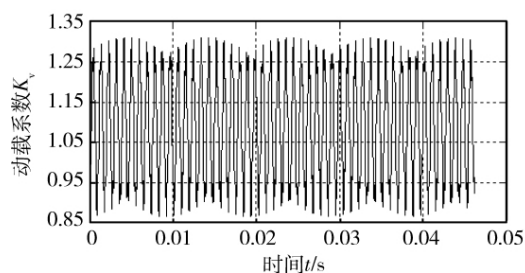


图 8 $e=5\mu\text{m}$ 时转子 2 与转子 4 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 8 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 2 and rotor 4 at $e=5\mu\text{m}$

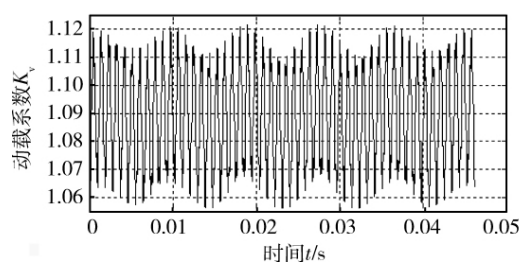


图 9 $e=5\mu\text{m}$ 时转子 4 与转子 8 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 9 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 4 and rotor 8 at $e=5\mu\text{m}$

轮啮合的动载系数,由图中可以看出,在 $e=5\mu\text{m}$ 时,转子 1 和转子 2 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.12,转子 2 与转子 4 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.10,转子 4 与转子 8 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.09。

图 10、图 11、图 12 为 $e=10\mu\text{m}$ 时相应转子上齿轮啮合的动载系数,由图中可以看出,在 $e=10\mu\text{m}$ 时,转子 1 和转子 2 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.14,转子 2 与转子 4 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.13,转子 4 与转子 8 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.13。

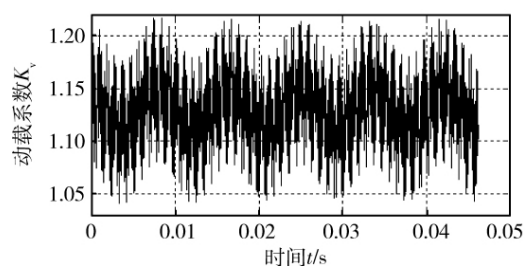


图 10 $e=10\mu\text{m}$ 时转子 1 与转子 2 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 10 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 1 and rotor 2 at $e=10\mu\text{m}$

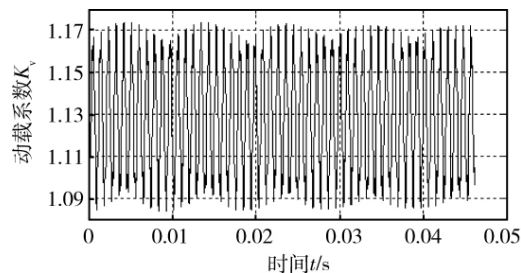


图 11 $e=10\mu\text{m}$ 时转子 2 与转子 4 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 11 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 2 and rotor 4 at $e=10\mu\text{m}$

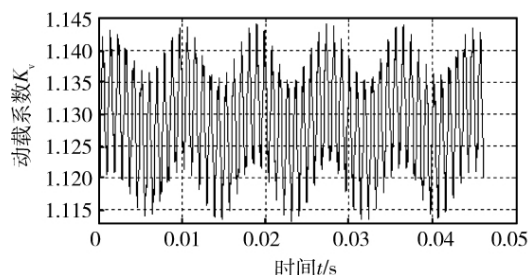


图 12 $e=10\mu\text{m}$ 时转子 4 与转子 8 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 12 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 4 and rotor 8 at $e=10\mu\text{m}$

图 13、图 14、图 15 为 $e=20\mu\text{m}$ 时相应转子上齿轮啮合的动载系数,由图中可以看出,在 $e=20\mu\text{m}$ 时,转子 1 和转子 2 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.15,转子 2 与转子 4 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.14,转子 4 与转子 8 上齿轮啮合动载系数的平均值为 1.14。

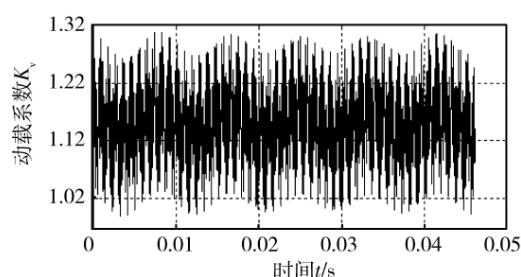


图 13 $e=20\mu\text{m}$ 时转子 1 与转子 2 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 13 Gear meshing dynamic load coefficients of rotor 1 and rotor 2 at $e=20\mu\text{m}$

从图 7~图 15 中可以看出,随着传动误差的增加,功率四分支齿轮传动系统各齿轮副间的动载系数都有所增大,特别是高速级齿轮上的动载系数传动误差更为敏感。

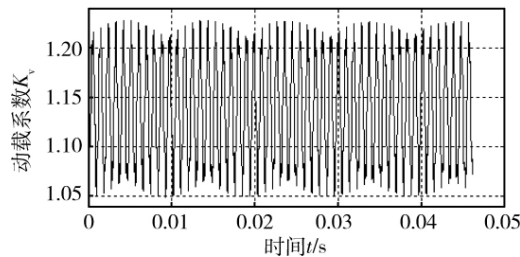


图 14 $e=20\mu\text{m}$ 时转子 2 与转子 4 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 14 Gear meshing dynamic load coefficients
of rotor 2 and rotor 4 at $e=20\mu\text{m}$

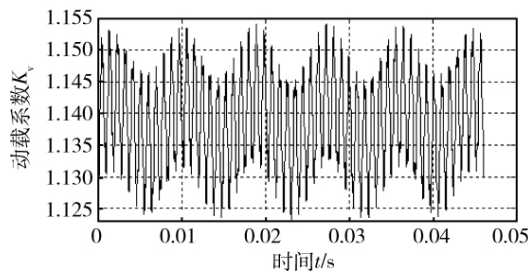


图 15 $e=20\mu\text{m}$ 时转子 4 与转子 8 上齿轮
啮合动载系数

Fig. 15 Gear meshing dynamic load coefficients
of rotor 4 and rotor 8 at $e=20\mu\text{m}$

4 结 论

由以上计算分析可以得出以下结论:

1) 该船用功率四分支齿轮传动系统的前 4 阶固有频率为 130.06, 249.22, 4089.66, 4383.42 r/min, 当其工作转速在 7000 r/min 时, 需要越过第 1、第 2、第 3、第 4 阶固有频率, 故应在越临界过程中进行阻尼设计。

2) 当工作转速为 7000 r/min 时, 四分支齿轮传动系统在 3 种传动误差下转子 1 和转子 2 的动载系数平均值约为 1.137, 转子 2 和转子 4 的动载系数平均值约为 1.12, 转子 4 和转子 8 的动载系数平均值月为 1.12, 都比较小, 故在该转速下, 系统工作稳定。

3) 在功率四分支齿轮传动系统的设计中, 为了保证传动平稳性, 需要严格控制高速级齿轮的制造和安装。

参考文献:

- [1] 刘琳辉, 张超, 况季孙. 船舶传动装置双重功率分支机构研究[J]. 舰船科学技术, 2010, 32(8): 151-153.
LIU Linhui, ZHANG Chao, KUANG Jisun. Double power
embranchment gear train for marine power transmission
[J]. Ship Science and Technology, 2010, 32(8): 151-153.

(in Chinese)

- [2] 常山. 船舶大功率齿轮传动装置的技术发展现状与展望[J]. 舰船科学技术, 2010, 32(7): 17-22.
CHANG Shan. Progress and development trends in heavy
duty marine propulsion gearing[J]. Ship Science and Tech-
nology, 2010, 32(7): 17-22. (in Chinese)
- [3] 杨振, 王三民, 范叶森. 一种新型功率分流齿轮传动系统动态特性研究[J]. 机械设计与制造, 2007(8): 99-101.
YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen. Dynamic anal-
ysis of a new split-power gear system[J]. Machinery De-
sign & Manufacture, 2007(8): 99-101. (in Chinese)
- [4] 李杰, 王乐勤. 国内基于功率分支技术齿轮箱的发展现状[J]. 机械传动, 2007, 31(4): 106-110.
LI Jie, WANG Leqin. The present status and development
of domestic reducer based on the splite power[J]. Journal
of Mechanical Transmission, 2007, 31(4): 106-110. (in
Chinese)
- [5] Krantz T L. A method to analyze and optimize the load
sharing of split path transmissions[R]. NASA TM-107201,
1996.
- [6] Fussner D R, Singh Y P. Design of input coupled split
Power transmissions, arrangements, and their characteris-
tics[J]. Journal of Mechanical Design, 2004, 126(3):
542-550.
- [7] 欧卫林, 王三民, 袁茹. 齿轮耦合复杂转子系统弯扭耦合振
动分析的轴单元法[J]. 航空动力学报, 2005, 20(3):
434-439.
OU Weilin, WANG Sanmin, YUAN Ru. Shaft element
method for the analysis of lateral-torsional coupling vibra-
tion of a complex gear-rotor system[J]. Journal of Aero-
space Power, 2005, 20(3): 434-439. (in Chinese)
- [8] Iwatsubo T, Arai S, Kawai R. Coupled lateral-torsional vi-
bration of rotor system train by gears[J]. Bulletin of
JSME, 1984, 27(224): 271-277.
- [9] 张文. 转子动力学理论基础[M]. 北京: 科学出版社, 1990.
- [10] 虞烈, 刘恒. 轴承-转子系统动力学[M]. 西安: 西安交通大
学出版社, 2001.
- [11] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波, 等. 高等转子动力学[M]. 北京:
机械工业出版社, 1999.
- [12] 李润芳, 王建军. 齿轮系统系统动力学[M]. 北京: 科学技
术出版社, 1997.
- [13] CHENG Yuping, Lim T C. Dynamics of hypoid gear trans-
mission with nonlinear time-varying mesh characteristics
[J]. Journal of Mechanical Design, Transactions of the
ASME, 2003, 125(2): 373-382.
- [14] 齿轮手册编委会. 齿轮手册[M]. 2 版. 北京: 机械工程出版
社, 2000.
- [15] Al-Wedyan H M. Dynamic torque and response of geared
rotors excited by random static transmission error[J].
Journal of Mechanical Engineering Research, 2011, 3(2):
40-47.